

3

El espectro emitido por el H y por el He.

En este capítulo estudiamos el transporte radiativo en el H y el He.

3.1 Introducción

LA radiación emitida por cada elemento de volumen en la nebulosa depende de las *abundancias* químicas (determinadas por la historia evolutiva del gas), y de las condiciones locales de *ionización* y *temperatura* (determinadas a su vez por el campo de radiación y las abundancias).

Los rasgos más distintivos en los espectros de las nebulosas son las líneas en emisión, muchas de las cuales se producen por excitación colisional, como se ha visto en el capítulo anterior. Muchas de las líneas de emisión más intensas ocurren en el óptico, otras líneas importantes caen en el ultravioleta o en el infrarrojo lejano; dependiendo de las condiciones físicas en la nebulosa el enfriamiento ocurrirá mayoritariamente en uno u otro rango espectral. Aunque en la actualidad tenemos acceso a todo el espectro electromagnético, mediante la combinación de observatorios en superficie y en órbita, aún es difícil el acceder a todo el espectro emitido por una nebulosa, para poder simplemente sumar la radiación y así poder obtener el enfriamiento de la misma.

Este capítulo trata sobre el cálculo del espectro emitido, tanto en líneas como en el continuo, por el hidrógeno y el helio.

3.2 El espectro de recombinación: las líneas de emisión

El espectro del hidrógeno se emite en la recombinación y en las desexcitaciones radiativas subsiguientes hasta el nivel fundamental. Para calcular la energía emitida en cada una de estas transiciones radiativas, hay que conocer la población de cada nivel nl , para lo cual se ha de plantear y resolver la ecuación del equilibrio de población del mismo. En el límite de baja densidad, los únicos mecanismos de población y despoblación de un nivel son las recombinaciones directas al mismo y las desexcitaciones radiativas desde niveles superiores hasta ese nivel. La ecuación de equilibrio de población para un nivel nl es

$$n_{H^+} n_e \alpha_{nl}(T) + \sum_{n' > n} \sum_{l' = l \pm 1}^{\infty} n_{n'l'} A_{n'l',nl} = n_{nl} \sum_{n'' < n} \sum_{l'' = l \pm 1}^{\infty} A_{nl,n''l''} \quad (3.1)$$

donde las sumatorias contemplan que, de acuerdo a la regla de Laporte, la diferencia de momento angular orbital entre los niveles de partida y de llegada ha de ser la unidad.

Bajo la hipótesis de equilibrio termodinámico¹, la ecuación de Saha indica la población relativa entre dos estados de ionización consecutivos de un mismo átomo, y la ecuación de Boltzmann las poblaciones relativas entre dos niveles de un mismo ión,

$$\frac{n_{H^+} n_e}{n_{H^0}} = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{h\nu_1}{\kappa T}} \quad (3.2)$$

$$\frac{n_{nl}}{n_{H^0}} = \frac{\omega_{nl}}{\omega_{1s}} e^{-\frac{\chi_n}{kT}} \quad (3.3)$$

donde m es la masa del protón, κ la constante de Boltzmann, h la constante de Planck, T la temperatura del plasma, χ_n la energía de excitación del nivel n y $h\nu_1 = 13.6$ eV. El peso estadístico del nivel nl es $\omega_{nl} = 2l + 1$, y el del nivel fundamental $\omega_{1s} = 1$. Despejando n_{nl} de estas dos ecuaciones, se obtiene la siguiente expresión para la población del nivel nl en equilibrio termodinámico

$$n_{nl}^{ET} = (2l + 1) \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} e^{-\frac{\chi_n}{kT}} n_{H^+} n_e \quad (3.4)$$

donde $X_n = h\nu_1 - \chi_n = h\nu_1/n^2$ es el potencial de ionización de un átomo de hidrógeno excitado en el nivel n .

¹En el límite de baja densidad, esta hipótesis no es correcta, pero se utiliza sólo para facilitar el cálculo.

Esta expresión para el cálculo de la población del nivel nl no es válida fuera del equilibrio termodinámico. En general

$$n_{nl} = b_{nl} n_{nl}^{ET} \quad (3.5)$$

donde b_{nl} es un factor que indica cuán lejos está la población del nivel nl de la que le correspondería en equilibrio termodinámico. Insertando las ecuaciones 3.4 y 3.5 en 3.1, se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{nl}}{2l+1} \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{x_n}{kT}} + \sum_{n' > n} \sum_{l'=l\pm 1}^{\infty} b_{n'l'} A_{n'l',nl} \frac{2l'+1}{2l+1} e^{\frac{x_{n'} - x_n}{kT}} \\ = b_{nl} \sum_{n'' < n} \sum_{l''=l\pm 1}^{\infty} A_{nl,n''l''} \end{aligned} \quad (3.6)$$

A primera vista, puede parecer que no se ha ganado nada al substituir b_{nl} en 3.6 por n_{nl} en 3.1, pero hay una diferencia. Efectivamente, aunque los niveles inferiores del átomo de hidrógeno, dada la diferencia de energía tan grande entre ellos, no estarán, en general, en equilibrio termodinámico, a medida que aumenta el valor de n la diferencia de energía entre los niveles es menor, de manera que, para una densidad dada, habrá un nivel n_{ET} , por encima del cual se pueda suponer que las poblaciones relativas entre los niveles sí estarán en ET. Sea $nl = n_{ET} - 1$ el primer nivel que ya no está en ET; los factores $b_{n'l'}$ en la sumatoria a la izquierda de la ecuación 3.6 son cada uno de ellos igual a la unidad, puesto que $n' > n$, de manera que se puede computar el valor de b_{nl} directamente. De esta manera, trabajando desde n_{ET} hacia abajo se pueden calcular todos los valores de b_{nl} y, por tanto, la población de cada nivel, n_{nl} , en la ecuación 3.5.

Conocida la población de cada nivel, es posible calcular la energía radiada. El coeficiente de emisión en una línea espectral viene dado por

$$j_{nn'} = \frac{h\nu_{nn'}}{4\pi} \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l'=l\pm 1} n_{nl} A_{nl,n'l'} \quad (3.7)$$

Nótese que en el H los distintos subniveles l dentro de un mismo nivel n están degenerados en energía. Por esta razón una misma línea de emisión puede generarse mediante varias transiciones diferentes entre dos mismos niveles, $n \rightarrow n'$, pero entre subniveles diferentes, siempre que se cumpla la regla de Laporte $l' = l \pm 1$. De ahí la doble sumatoria en la ecuación 3.7.

Es conveniente definir el coeficiente de recombinación efectivo para una línea de emisión, $\alpha_{nn'}^{eff}$, como

$$n_{H^+} n_e \alpha_{nn'}^{eff} = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l'=l\pm 1} n_{nl} A_{nl n' l'} \quad (3.8)$$

es decir, que indica todas las recombinaciones que dan lugar a a una línea nn' . Teniendo en cuenta la ecuación 3.7, esta ecuación se convierte en

$$n_{H^+} n_e \alpha_{nn'}^{eff} = \frac{4\pi j_{nn'}}{h\nu_{nn'}} \quad (3.9)$$

El coeficiente de recombinación efectivo para distintas líneas puede encontrarse tabulado en función de la temperatura electrónica. De esta manera, si se mide la intensidad de una línea de emisión, por ejemplo $H\alpha$, y se divide por el volumen de la nebulosa, se puede obtener una estimación de su densidad media.

Para hidrogenoides de carga atómica Z , el coeficiente de recombinación hasta el nivel nl a una temperatura T , está relacionado con el correspondiente del hidrógeno a la temperatura T/Z^2 mediante

$$\alpha_{nl}(Z, T) = Z \alpha_{nl}(1, T/Z^2) \quad (3.10)$$

Como las energías se relacionan como $h\nu_{nn'}(Z) = Z^2 \nu_{nn'}(1)$, entonces la relación entre emisividades es $j_{nn'}(Z, T) = Z^3 j_{nn'}(1, T/Z^2)$. Por ejemplo, para el helio esto implica que $\alpha(H, T) = \alpha(He, 4T)$.

3.2.1 El efecto de las colisiones

En la sección anterior se ha despreciado el efecto de las colisiones en la población de los niveles. Debido a la degeneración energética entre subniveles de un mismo nivel en el H^0 , los primeros efectos de las colisiones conllevan la redistribución de las poblaciones entre distintos l dentro de un mismo n . Tanto los protones como los electrones pueden colisionar con el H^0 para producir el cambio de subnivel, pero la sección eficaz de los protones es mayor. En este caso, la ecuación 3.1 se transforma en

$$\begin{aligned} n_{H^+} n_e \alpha_{nl}(T) + \sum_{n'>n} \sum_{l'=l\pm 1}^{\infty} n_{n' l'} A_{n' l' n l} + \sum_{l'} n_{n l'} n_{H^+} C_{nl, n' l'} \\ = n_{nl} \left(\sum_{n''=1}^{n-1} \sum_{l''=l\pm 1} A_{nl, n'' l''} + \sum_{l''} n_{H^+} C_{nl, n'' l''} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

TABLA 3.1— Niveles del H^0 con sus subniveles en equilibrio de población por colisiones ($T_e = 10^4$ K).

n_{H^+}	10^4	100	1
n_{cl}	15	30	45

donde $C_{nl,n'l'}$ son los coeficientes de transición por colisión y $n_{H^+} C_{nl,n'l'}$ la probabilidad asociada. Nótese que las sumatorias en l' o l'' asociados a los términos colisionales no están restringidas a un cambio de una unidad, ya que al ser transiciones colisionales no tienen que obedecer la regla de Laporte.

Cuando la densidad de protones es elevada, el término de colisiones domina en la ecuación 3.11 y las poblaciones relativas entre los distintos subniveles l , dentro del mismo nivel, vienen dadas por el cociente de sus pesos estadísticos². Para niveles más altos en el H^0 la sección eficaz de cambio de subnivel por colisión aumenta, mientras que los coeficientes de Einstein para la desexcitación radiativa disminuyen. Por lo tanto para niveles con mayor energía de excitación el equilibrio de Boltzmann describe con mayor precisión el equilibrio entre las poblaciones relativas de los subniveles. A partir de un cierto nivel, que denominamos n_{cl} , podemos considerar que esto es exacto. Para un plasma con $T_e = 10^4$ K, la Tabla 3.1 muestra, en función de la densidad de protones, los valores límite n_{cl} donde esto se cumple.

3.3 Las matrices de probabilidad

3.4 Transporte radiativo en las líneas

Para la mayoría de las líneas emitidas en una nebulosa no hay ningún efecto de transporte de radiación, ya que la nebulosa es transparente para las mismas, y esta radiación escapa sin sufrir alteración. Sin embargo, para las resonancias de los átomos e iones más comunes la nebulosa es parcialmente opaca, por lo que hemos de tener en cuenta la dispersión y la absorción de estos fotones para calcular la intensidad emergente.

3.4.1 Transporte radiativo en el H

El caso límite de baja densidad descrito en las secciones anteriores se conoce como *caso A*, en el que se supone que todos los fotones producidos en la nebulosa escapan de la misma sin absorción y, por tanto, sin causar excitaciones

²Debido a que el factor exponencial en la ecuación de Boltzmann se hace unidad, por ser la diferencia de energía nula.

radiativas. Este caso es de poca utilidad, ya que las nebulosas en las que el caso A se aplica son tan tenues que apenas son visibles.

Las nebulosas que observamos tienen en realidad valores elevados de la opacidad al menos en las líneas de la serie de Lyman, τ_{Ln} . Veamos por qué es esto así. La sección eficaz de absorción de un fotón de esta serie, $a_0(L_n)$, viene dada por la expresión

$$a_0(L_n) = \frac{3\lambda_{n1}^3}{8\pi} \left(\frac{m_H}{2\pi\kappa T} \right)^{1/2} A_{np,1s} \quad (3.12)$$

donde λ_{n1} es la longitud de onda de la transición, y los demás parámetros tienen su significado habitual. Para una nebulosa limitada por radiación, a una temperatura $Te = 10^4$ K con un espesor óptico unidad en el límite de la serie, $\tau_0 = 1$, se obtiene³ $\tau_{L\alpha} = 10^4$, $\tau_{L\beta} = 10^3$, ..., $\tau_{L8} = 100$, $\tau_{L18} = 10$. Es decir, en cualquier nebulosa 'normal', en la que se absorben los fotones ionizantes ($\tau_0 = 1$), el espesor óptico en las líneas de serie de Lyman es muy elevado. Esto significa que la probabilidad de que uno de estos fotones emitidos en la desexcitación radiativa sea absorbido es muy alta. En cada absorción de uno de estos fotones de Lyman, existe una probabilidad no despreciable de que el nivel excitado se desexcite via la emisión de un fotón de una serie superior más un fotón de la serie de Lyman.

Como ejemplo, supongamos que un átomo de H en el estado fundamental absorbe un fotón $L\beta$, excitando el nivel $nl = 31$. El nivel 31 puede desexcitarse al nivel fundamental emitiendo un solo fotón $L\beta$, con una probabilidad $P_{31,10} = 0.882$, o puede desexcitarse al nivel $n = 2$ emitiendo un fotón $H\alpha$ con probabilidad $P_{31,20} = 0.118$, (seguido de la desexcitación del nivel 2 via continuo de dos fotones),

$$\begin{array}{ll} L\beta \rightarrow L\beta & P_{31,10} = 0.882 \\ \rightarrow H\alpha + 2\gamma & P_{31,20} = 0.118 \end{array}$$

Si el fotón que se absorbe es un $L\gamma$,

$$\begin{array}{ll} L\gamma \rightarrow L\gamma & P_{41,10} = 0.843 \\ \rightarrow H\beta + 2\gamma & P_{41,20} = 0.120 \\ \rightarrow P\alpha + H\alpha + L\alpha & P_{41,30} = 0.038 \end{array}$$

³Usando la definición de espesor óptico (ec. 3.13).

Esta radiación de la serie de Lyman que se degrada en radiación de las otras series, ya no escapa de la nebulosa. Se dice que una nebulosa está en el *caso B* cuando el espesor óptico en las líneas de la serie de Lyman es muy elevado, de manera que todos los fotones Ln que se producen en la nebulosa sufren gran número de dispersiones y eventualmente se degradan en uno o varios fotones de las otras series más un $L\alpha$ o dos fotones del continuo⁴. El caso B es la mejor aproximación en general, aunque lo será mejor para las líneas más bajas de la serie de Lyman, y la descripción de la nebulosa se acercará al caso A a medida que subamos en la serie, $\tau \rightarrow 1$ para $n \rightarrow \infty$.

La probabilidad de que ocurra una u otra de estas desexcitaciones radiativas viene dada por el elemento de matriz correspondiente $C_{nl'n'l'}$ y $P_{nl'n'l'}$ de las matrices de probabilidad C y P . Sea $Pn(Lm)$ la probabilidad de emitir un fotón Lm tras la absorción de un fotón Ln , y $Pn(Hm)$ la probabilidad de emitir un fotón de la serie de Balmer, Hm , tras la absorción de un fotón Ln . En función de las matrices de probabilidad

$$Pn(Lm) = C_{n1m1} P_{m110} \quad (3.13)$$

$$Pn(Hm) = C_{n1m0} P_{m021} + C_{n1m1} P_{m120} + C_{n1m2} P_{m221} \quad (3.14)$$

Sea Rn el número total de Ln generados en la nebulosa mediante recombinación seguida de desexcitación radiativa, y An el número total de Ln que se absorben en la nebulosa. El número total de Ln emitidos en la nebulosa viene dado por

$$Jn = Rn + \sum_{m=n}^{\infty} Am Pm(Ln) \quad (3.15)$$

Debido a que cada fotón Ln emitido tiene una probabilidad de escape, ϵn ; el número total de Ln que escapan es

$$En = \epsilon n Jn = \epsilon n \left[Rn + \sum_{m=n}^{\infty} Am Pm(Ln) \right] \quad (3.16)$$

En estado estacionario, todos los fotones Ln emitidos en la nebulosa o se absorben o escapan

$$Jn = An + En = An + \epsilon n Jn \quad (3.17)$$

⁴En los bordes externos de una nebulosa en caso B, los fotones Ln que se emitan hacia fuera de la nebulosa sí pueden escapar, de manera que los espectros de nebulosas ionizadas sí que pueden mostrar líneas de emisión de la serie de Lyman, aunque relativamente débiles.

y, despejando

$$An = (1 - \epsilon n) \left[Rn + \sum_{m=n}^{\infty} Am Pm(Ln) \right] \quad (3.18)$$

Rn y Pm son conocidos de la teoría de recombinación (cf. secciones anteriores), mientras que ϵn se conoce a partir de la teoría del transporte radiativo. Para encontrar todos los valores de An , consideramos primero un n suficientemente elevado de manera que su espesor óptico sea lo suficientemente pequeño como para que podamos suponer que $\epsilon n = 1$. Para este nivel $An = 0$. Para el nivel $n' = n - 1$ la sumatoria en la ecuación anterior tiene un solo término, por lo que podemos despejar $An - 1$ y calcular su valor. Y así sucesivamente, vamos trabajando hacia abajo en la escala de niveles, hasta que hemos calculado el valor de todos los An y de esta manera podemos calcular En , que es el espectro de Lyman que escapa de la nebulosa.

De manera análoga podemos calcular el espectro de la serie de Balmer. Sea Sn el número de Kn generados en la recombinación seguida de desexcitación radiativa. Suponemos que la nebulosa es transparente para la radiación de la serie de Balmer. El número total de Kn emitidos por la nebulosa será

$$Kn = Sn + \sum_{m=n}^{\infty} Am Pm(Hn) \quad (3.19)$$

Dado que estas ecuaciones son lineales en Rn , Sn , Jn , Kn , y An , los cálculos suelen hacerse normalizados, por ejemplo, en función de $S4$.

3.4.2 Transporte radiativo en el He

3.4.3 Efecto de las colisiones en el He

3.4.4 El mecanismo de Bowen por fluorescencia resonante

3.5 El espectro continuo

Tres mecanismos diferentes contribuyen a la emisión de radiación con un espectro continuo en nebulosas ionizadas: (i) las recombinaciones o transiciones libre-ligado; (ii) la radiación de frenado, que ocurre en transiciones libre-libre; (iii) el continuo de dos fotones, emitido en la desexcitación radiativa del nivel $2s$ al nivel fundamental $1s$, tanto en el H^0 como en el He^0 y en el He^+ .

3.5.1 Espectro continuo de recombinación.

Cuando un electrón libre, con una energía cinética $\frac{mv^2}{2}$, se recombina al nivel nl se emite un fotón con igual energía $h\nu = \frac{mv^2}{2}$. Este nivel se desexcitará

radiativamente mediante transiciones ligado-ligado, que dan lugar a líneas de emisión. Debido a que los electrones libres tienen una distribución continua de energía cinética, dada por la función de Maxwell, la radiación que se emite en las recombinaciones también tendrá una distribución continua, con saltos correspondientes a cada uno de los niveles n . Así, para el hidrógeno, se produce un continuo en las recombinaciones a $n = 1$, con una distribución de energía por encima de 13.6 eV (912 Å), otro en las recombinaciones a $n = 2$ con energía mayor o igual a 3.4 eV (3646 Å), y así sucesivamente, según los límites de energía correspondientes a $13.6/n^2$ eV, de las series de Lyman, Balmer, Paschen, Pfund, etc. El coeficiente de emisión total debido a este proceso viene dado por

$$j_\nu = \frac{1}{4\pi} n_{H^+} n_e \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} v \sigma_{nl}(H^0, \nu) f(\nu) h\nu \frac{d\nu}{d\nu} \quad (3.20)$$

donde la sección eficaz de recombinación al nivel nl , se obtiene a través de la relación de Milne⁵.

3.5.2 Espectro continuo de la radiación de frenado.

El coeficiente de emisión del espectro continuo producido por la radiación de frenado en las interacciones libre-libre entre protones y electrones (sección 4.6) está dado por

$$j_\nu = \frac{1}{4\pi} n_{H^+} n_e \frac{32Z^2 e^4 h}{3m^2 c^3} \left(\frac{\pi h \nu_1}{3kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} g_{ff}(T, Z, \nu) \quad (3.21)$$

donde $g_{ff}(T, Z, \nu)$ es el factor de Gaunt⁶ para la radiación libre-libre.

3.5.3 Continuo de dos fotones

La desexcitación radiativa entre los niveles $2s \rightarrow 1s$ está prohibida por la regla de Laporte, ya que no conlleva cambio de momento angular orbital. Este proceso, ocurre mediante la emisión de dos fotones, cuya suma total de energía, 10.2 eV, es la energía de excitación del nivel 2. Todas las recombinaciones a niveles excitados del hidrógeno decaen finalmente al nivel $2s$ o al $2p$, por lo que el continuo de dos fotones es un proceso importante. Dado que el coeficiente de Einstein del nivel $2s$, $A_{2s,1s} = 8.23 \text{ s}^{-1}$, es varios órdenes de magnitud más pequeño que para los otros niveles, este nivel se puede ver fácilmente afectado

⁵Verner & Ferland (1996, ApJS, 103, 467) presentan los cálculos más precisos de estas secciones eficaces para los primeros 30 elementos químicos.

⁶Los factores de Gaunt, que tienen valores cercanos a la unidad, proporcionan la corrección cuántica debida a un tratamiento semiclásico del problema.

por desexcitación colisional al $2p$. En el límite de baja densidad, donde estas colisiones no son importantes, la ecuación de población del nivel $2s$ es

$$n_{H^+} n_e \alpha_{2s}^{eff}(H^0, T) = n_{2s} A_{2s,1s} \quad (3.22)$$

Mientras que en el caso en que las colisiones sean importantes,

$$n_{H^+} n_e \alpha_{2s}^{eff}(H^0, T) = n_{2s} \left(A_{2s,1s} + n_{H^+} C_{2s,2p}^{H^+} + n_e C_{2s,2p}^e \right) \quad (3.23)$$

donde $\alpha_{2s}^{eff}(H^0, T)$ es el coeficiente de recombinación efectiva al nivel $2s$, y $C_{2s,2p}^{H^+}$ y $C_{2s,2p}^e$ los coeficientes de transición al $2p$ por colisión con protones y con electrones, respectivamente.

La función de distribución de probabilidad, $P(\nu)$, de que uno de los dos fotones emitidos tenga una cierta energía es simétrica con respecto a la energía mitad del nivel $2s$, 5.1 eV. El coeficiente de emisión para este proceso es

$$j_\nu(2\nu) = \frac{1}{4\pi} n_{2s} A_{2s,1s} 2h\nu P(\nu) \quad (3.24)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones 3.22 y 3.23, este coeficiente de emisión se expresa de manera general como

$$j_\nu(2\nu) = \frac{1}{4\pi} n_{H^+} n_e \gamma_\nu(2\nu) \quad (3.25)$$

3.5.4 Continuo nebulareo

De manera similar a la ecuación 3.25, las ecuaciones 3.20 y 3.21 pueden sintetizarse en una expresión general como

$$j_\nu(HI) = \frac{1}{4\pi} n_{H^+} n_e \gamma_\nu(H^0, T) \quad (3.26)$$

Análogamente al caso del hidrógeno, se pueden plantear ecuaciones similares para los continuos nebulares emitidos por el He^0 y el He^+ ,

$$j_\nu(He^0) = \frac{1}{4\pi} n_{He^0} n_e \gamma_\nu(He^0, T) \quad (3.27)$$

$$j_\nu(He^+) = \frac{1}{4\pi} n_{He^+} n_e \gamma_\nu(He^+, T) \quad (3.28)$$

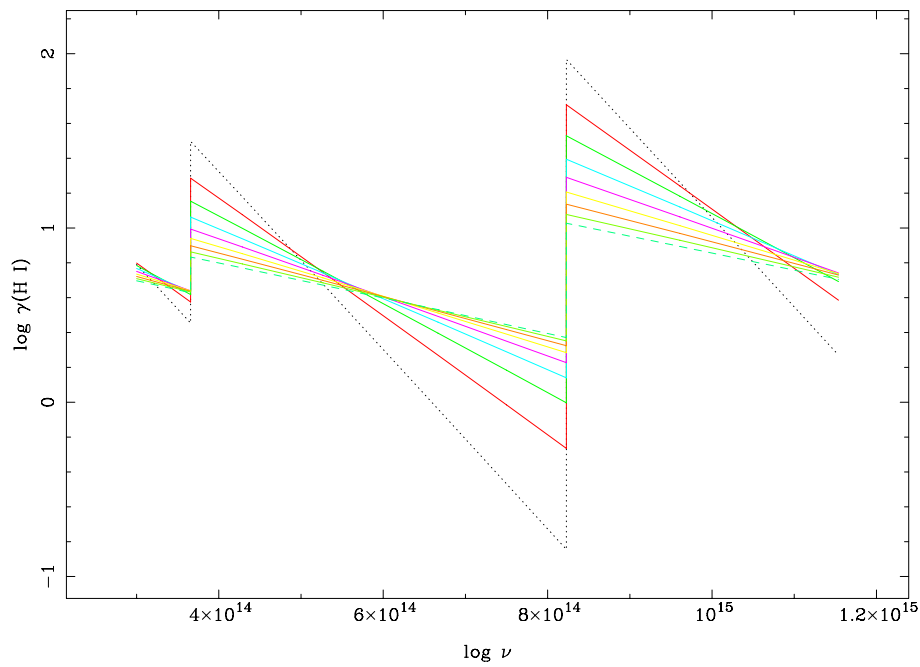
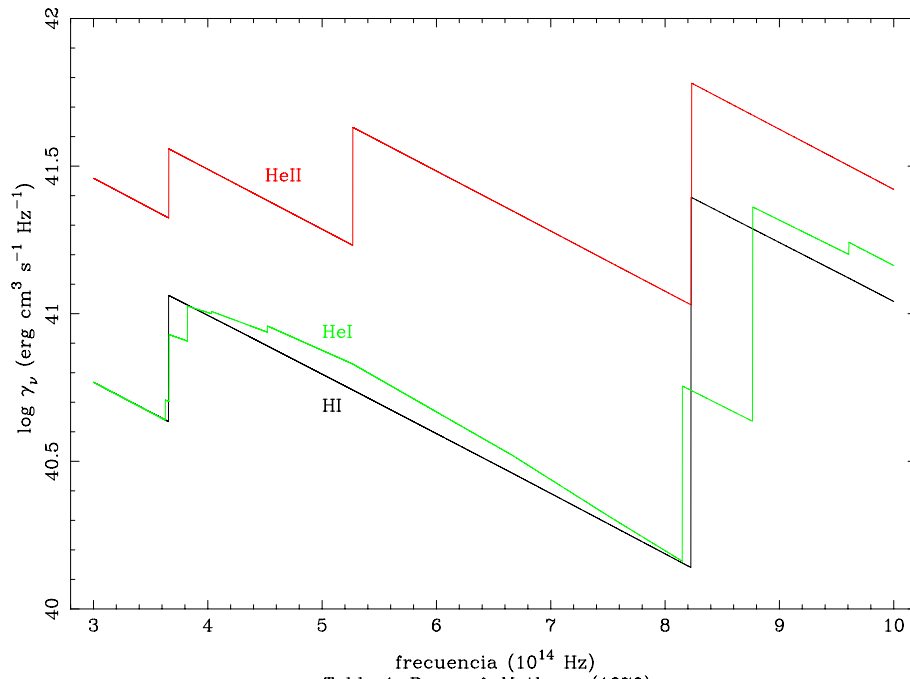


FIGURA 3.1— (a) Dependencia con la frecuencia de los continuos de recombinación del H^0 , He^0 y He^+ , y del continuo de dos fotones, para un plasma a temperatura de 10^4 K. (b) Dependencia de $\gamma_\nu(H^0, T)$ con la temperatura electrónica, para valores de $T = (4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20) \times 10^3$ K.

En la Figura 3.1 se representan las funciones γ_ν para las recombinaciones del hidrógeno y del helio y para el continuo de dos fotones.

Comentarios a las dos gráficas. Dependencia con la temperatura
Incluir una figura donde se muestre todo el espectro de recombinación de H y He, continuo y líneas, resultado de Cloudy isoterma. Hacerlo para varias T_e y comentarlo. Los modelos y figuras ya los hice para probar el problema en NGC6543.

3.6 El espectro a longitudes de onda de radio

3.7 Problemas y ejercicios.

3.7.1 Problema 1

Calcular el espesor óptico de las primeras 20 líneas de la serie de Lyman. Hacer la representación gráfica. Usar $\tau_0 = 0.1, 1, 10$.

$$a_0(Ln) = \frac{3\lambda_{n1}^3}{8\pi} \left(\frac{m_H}{2\pi\kappa T} \right)^{1/2} A_{np,1s} \quad (3.29)$$

donde λ_{n1} es la longitud de onda de la transición, y los demás parámetros tienen su significado habitual. Para una nebulosa limitada por radiación, a una temperatura $Te = 10^4$ con un espesor óptico unidad en el límite de la serie, $\tau_0 = 1$, se obtiene⁷ $\tau_L\alpha = 10^4$, $\tau_L\beta = 10^3$, ..., $\tau_L8 = 100$, $\tau_L18 = 10$,

⁷Usando la definición de espesor 'optico (ec. 3.13).